

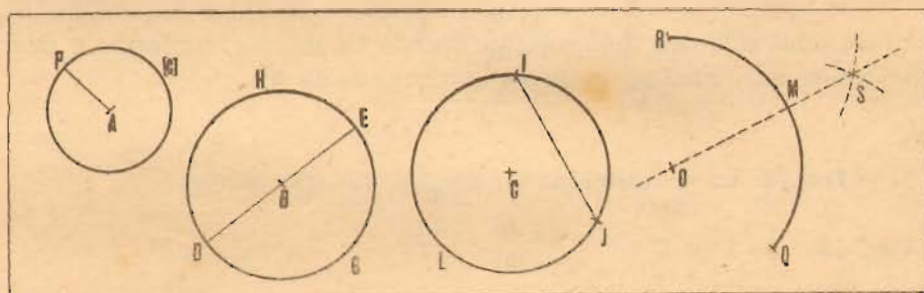
SEGUNDO ANO

SEGUNDO ANO

29 — *Circunferência* é o lugar geométrico dos pontos dum plano equidistantes dum ponto do mesmo plano (*centro da circunferência*).

Pode designar-se uma circunferência com uma letra latina minúscula inscrita num colchete [].

Todos os pontos da $\odot[c]$ distam 8 milímetros do seu centro **A**. Diz-se indiferentemente raio da circunferência qualquer segmento, como \overline{AP} , com um extremo na \odot e outro no seu centro, ou a distância comum (8 mm.) de qualquer dos pontos da \odot ao centro. Para indicar-se esta \odot pode usar-se qualquer das notações : $\odot[c]$, ou $\odot[A, AP]$, ou $[A, 8 \text{ mm.}]$.



A recta \overline{DE} passa pelo centro **B** da \odot ; o segmento $\overline{DE} = 2 \overline{BE}$ é um *diâmetro da circunferência*. Os pontos **D** e **E** dividem a \odot em duas *semi-circunferências* : \widehat{DHE} e \widehat{DGE} .

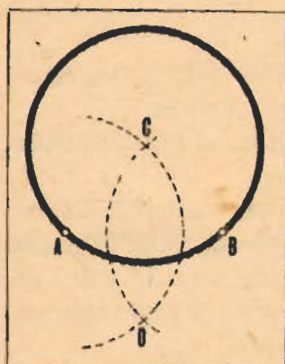
De maneira geral, dois pontos **I** e **J** duma \odot determinam nela dois arcos \widehat{IJ} e \widehat{ILJ} ; o segmento \overline{IJ} é uma *corda* e a recta \overline{IJ} é uma *secante*.

O eixo da corda \overline{RQ} (não desenhada) diz-se também *eixo do arco RQ*, e determina neste arco o seu *ponto médio M*. O eixo contém a *bissectriz* do ângulo \widehat{ROQ} (não assinalado na figura) e que se diz *ângulo ao centro*, ou apenas *ângulo do arco RQ*.

Para *bissectar* um arco \widehat{RQ} ou determinar o seu ponto médio, pode traçar-se o eixo de \overline{RQ} , ou traçar arcos da $\odot[R, RS]$ e da $\odot[Q, RS]$ (sendo \overline{RS} maior que metade de \overline{RQ}) que determinam **S**. Ligando este ponto com o centro **O** da \odot a que pertence o arco, obtém-se \overline{OS} que determina **M**.

30 — Traçado da circunferência de raio dado, passando por dois pontos.

DADOS : A, B e o raio 15 mm.



Os arcos da $\odot[A, 15 \text{ mm.}]$ e da $\odot[B, 15 \text{ mm.}]$ determinam C. Traça-se a $\odot[C, 15 \text{ mm.}]$.

SOLUÇÃO : a $\odot[C, 15 \text{ mm.}]$ que passa por A e B e tem de raio 15 mm.

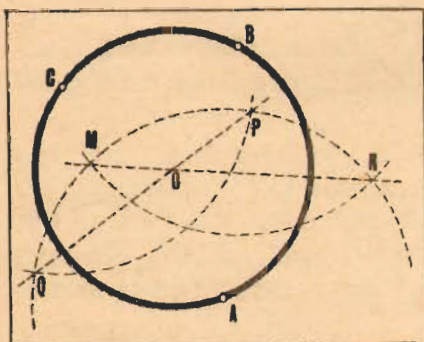
OBSERVAÇÕES : a) Os arcos traçados também determinam D e por isso a $\odot[D, 15 \text{ mm.}]$ (não traçada) também é solução.

b) A recta CD é eixo de AB (§ 5) e nela existem os centros de todas as \odot que passam por A e B.

c) Há duas soluções, uma solução, ou não há solução, conforme o raio dado é maior que, igual a, ou menor que metade de AB.

31 — Traçado da circunferência passando por três pontos.

DADOS : A, B e C.



Traçam-se MN eixo de AB (§ 5) e PQ eixo de AC que determinam O. Traça-se a $\odot[O, OA]$.

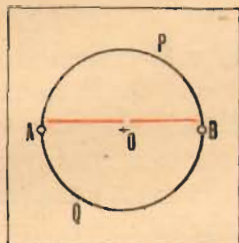
SOLUÇÃO : a $\odot[O, OA]$ que passa por A, B e C.

OBSERVAÇÕES : a) Pode escrever-se $\odot[ABC]$ que se lê : circunferência que passa por A, B e C.

b) O eixo de BC também passa por O, podendo traçar-se como verificação.

c) Só não haveria solução, se os três pontos dados estivessem em linha recta.

32 — Divisão da circunferência em duas partes iguais.



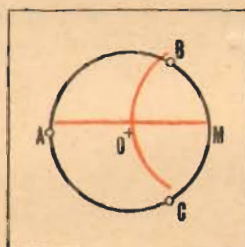
DADOS : a $\odot[O, OA]$ e o número 2.

Traça-se o diâmetro \overline{AB} .

SOLUÇÃO : A e B, tais que

$$\widehat{APB} = \widehat{BQA}$$

33 — Divisão da circunferência em três partes iguais.



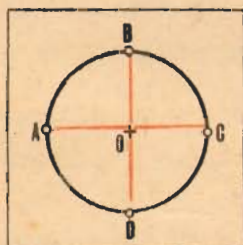
DADOS : a $\odot[O, OA]$ e o número 3.

Traça-se o diâmetro \overline{AM} . O arco da $\odot[M, MO]$ determina C e B.

SOLUÇÃO : A, B e C, tais que

$$\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CA}$$

34 — Divisão da circunferência em quatro partes iguais.



DADOS : a $\odot[O, OA]$ e o número 4.

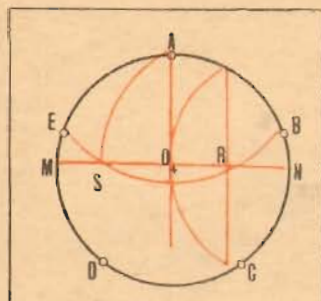
Traça-se o diâmetro \overline{AC} e, em seguida, o diâmetro \overline{BD} perpendicular ao primeiro.

SOLUÇÃO : A, B, C e D tais que

$$\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DA}$$

35 — Divisão da circunferência em cinco partes iguais.

DADOS : a $\odot[O, OA]$ e o número 5.



Traça-se AO e o diâmetro MN perpendicular a esta recta. Determina-se o ponto médio R de ON . Um arco da $\odot[R, RA]$ determina S em MN .

Um arco da $\odot[A, AS]$ determina B e E . Com o mesmo raio, fazendo centro em B , determina-se C e fazendo centro em E , determina-se D .

SOLUÇÃO : A, B, C, D e E , tais que

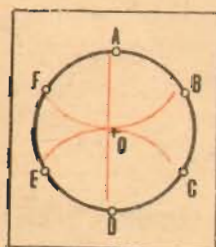
$$\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EA}$$

OBSERVAÇÕES : a) Para determinar R traçou-se um arco da $\odot[N, NO]$, poupando-se o traçado de outro arco para obter o eixo de ON .

b) A construção exige muito cuidado. Deve verificar-se a determinação. Qualquer pequena diferença notada deve ser corrigida por tentativas, se não se quiser repetir a construção.

36 — Divisão da circunferência em seis partes iguais.

DADOS : a $\odot[O, OA]$ e o número 6.



Traça-se o diâmetro AD . Um arco da $\odot[A, OA]$ determina B e F e um arco da $\odot[D, OA]$ determina C e E .

SOLUÇÃO : A, B, C, D, E e F , tais que

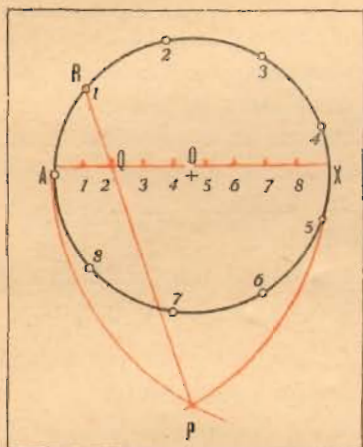
$$\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EF} = \widehat{FA}$$

OBSERVAÇÃO : A, C e E dividem a \odot em três partes iguais e B, D, F são respectivamente os pontos médios de \widehat{AC} , de \widehat{CE} e de \widehat{AE} .

Pode fazer-se a divisão em seis partes, obtendo A, C e E que dividem a \odot em três partes iguais e traçando AO, CO e EO que determinam respectivamente D, F e B .

37— **Divisão aproximada da circunferência em qualquer número de partes iguais.** Como exemplo, trataremos da divisão da circunferência em 9 partes iguais.

DADOS : a $\odot[O, OA]$ e o número 9.



Traça-se o diâmetro AX que se divide em 9 partes iguais (§ 10), designando-se por Q o segundo ponto da divisão a contar de A para X . Arcos da $\odot[A, AX]$ e da $\odot[X, AX]$ determinam P . Traça-se PQ que determina R .

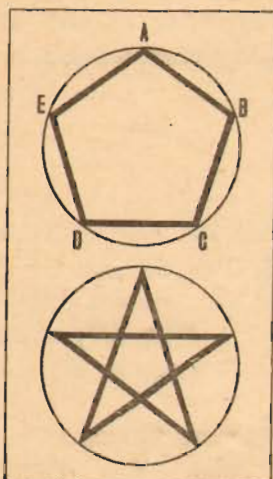
O arco AR é aproximadamente $\frac{1}{9}$ da \odot . Marcam-se sucessivamente arcos iguais a este. Corrige-se por tentativas, diminuindo ou aumentando, muito ligeiramente a abertura do compasso. Feita a correção, marcam-se cuidadosamente os pontos de divisão.

SOLUÇÃO : o conjunto dos 9 pontos que dividem a \odot em 9 arcos iguais.

OBSERVAÇÃO. Para a divisão em qualquer outro número de partes iguais substitue-se neste exemplo o número 9 pelo número que fôr dado.

38— **Traçado de polígonos regulares inscritos à circunferência.** Como exemplo, trataremos do traçado do pentágono regular inscrito na circunferência.

DADOS : a $\odot[O, OA]$ e o número 5.



Divide-se a \odot em 5 partes iguais (§ 35). Unem-se sucessivamente os pontos de divisão, como indica a figura, na parte superior.

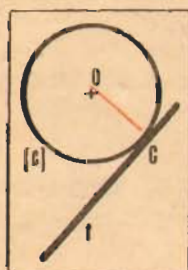
SOLUÇÃO : o pentágono regular $[ABCDE]$ inscrito na \odot .

OBSERVAÇÕES : a) Para qualquer outro polígono substitue-se neste exemplo o número 5 pelo número de lados que deve ter o polígono.

b) Se se unirem os pontos da divisão, como está indicado na parte inferior da figura, obtém-se o *pentágono regular estrelado* ou *estrela de cinco pontas* ou *Signo Saimão*.

c) A partir da divisão da \odot em partes iguais constroem-se variados *polígonos estrelados* de uso freqüente na decoração.

39 — Traçado da tangente à circunferência num pouco desta.

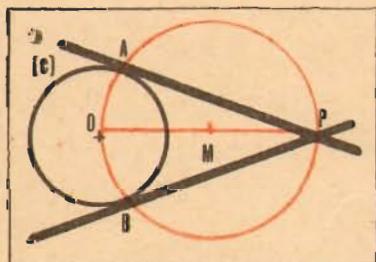


DADOS : a $\odot[c]$ e C existente na \odot (ponto de contacto).

Traça-se o raio OC . Por C traça-se t perpendicular a OC .

SOLUÇÃO : t tangente à $\odot[c]$ no ponto C da \odot .

40 — Traçado de tangentes à circunferência dirigidas de um ponto exterior.



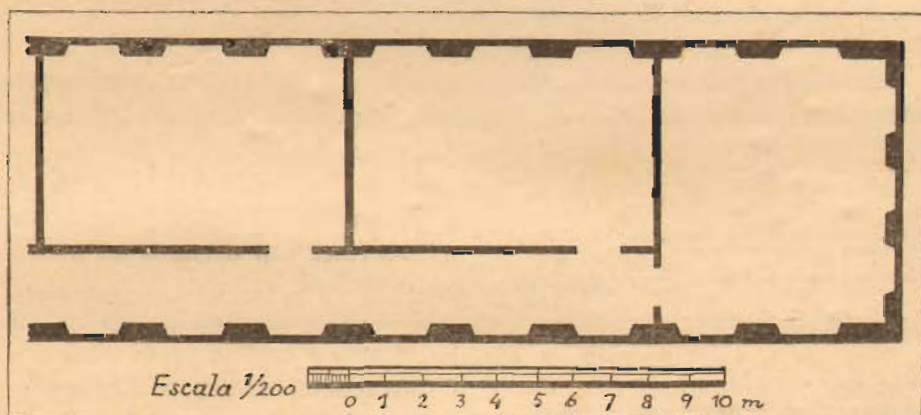
DADOS : a $\odot[c]$ e P exterior à \odot .

Sendo O o centro da \odot , traça-se OP e determina-se o seu ponto médio M (§ 5). A $\odot[M, MO]$ determina na dada A e B . Traçam-se PA e PB .

SOLUÇÃO : PA e PB que são tangentes à $\odot[c]$ e passam por P exterior à \odot .

Conhecimento de escalas gráficas simples e sua aplicação a traçados de figuras planas

41 — Observando a planta junta de parte de um edifício, reconheceremos que nela estão representadas três vastas salas e parte do corredor que lhes dá acesso. Duas das salas, as que têm apenas três janelas, são



iguais e cada uma delas (não contando os vãos das janelas) tem a forma rectangular e mede 8 m. \times 5 m.

Como a planta está feita na *escala 1/200* (um para duzentos) cada uma daquelas salas está representada por um rectângulo que mede 4 cm. \times 2,5 cm., porque $8 \text{ m.} \times 1/200 = 0,04 \text{ m.}$ e $5 \text{ m.} \times 1/200 = 0,025 \text{ m.}$

Medindo, na planta, a largura do corredor, encontramos 9 mm., o que significa que o corredor tem a largura de 1,8 m., porque $9 \text{ mm.} \times 200 = 1800 \text{ mm.}$

Na escala 1/200 :

a) Cada segmento do natural é representado por um segmento igual a 1/200 do primeiro.

b) Cada segmento do desenho representa um segmento do natural igual a 200 vezes o do desenho.

c) Se forem n e d as medidas (expressas na mesma unidade) dum segmento do natural e da sua representação no desenho, aqueles números estão ligados pela proporção

$$\frac{(\text{desenho})}{(\text{natural})} = \frac{d}{n} = \frac{1}{200}$$

42 — Na escala 1/200 cada metro é representado por

$$1 \text{ m.} \times 1/200 = 0,005 \text{ m.} = 5 \text{ mm}$$

Marcando numa recta sucessivos segmentos de 5 mm., dividindo o primeiro em 10 partes iguais e numerando os pontos de divisão, como se

indica na figura, obtem-se a *escala gráfica simples 1/200*. As pequenas divisões, neste caso, representam décimos do metro, isto é, decímetros.

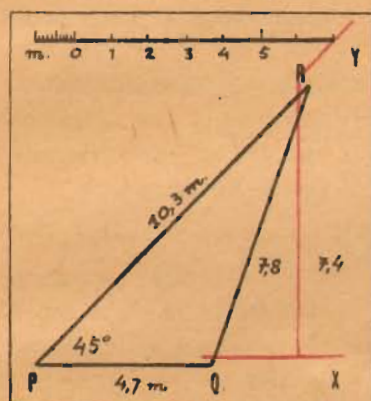


Em vez dum simples traço, usam-se muitas vezes duas paralelas bastante próximas, adoptando-se, entre outras, as disposições indicadas.

A simples inspecção da figura mostra que um segmento do desenho igual a \overline{AB} representa um comprimento de 4,7 m.

As pontas de um compasso que se assentaram nas extremidades do segmento a medir (tendo o cuidado de não modificar a abertura) collocam-se sobre a escala. Fixa-se primeiro, por tentativas, a que corresponde à medida das unidades, e verifica-se depois qual a divisão dos décimos a que encosta a outra ponta. Pode obter-se o mesmo resultado com uma tira de papel ou cartolina em cujo bordo rectilíneo se marcam os extremos do segmento a medir.

43 — Para representar um triângulo com dois lados de 4,7 m. e de 10,3 m. medindo o ângulo por eles formado 45° e empregando a escala $1/200$, começa-se por desenhar $\angle XOY = 45^\circ$ (os ângulos não se modificam com o emprego das escalas).



Sobre OX marca-se

$$PQ = 4,7 \text{ m.} \times 1/200 = 2,35 \text{ cm.}$$

e sobre OY marca-se

$$PR = 10,3 \text{ m.} \times 1/200 = 5,15 \text{ cm.}$$

Se estiver desenhada a escala gráfica, dispensam-se estas operações, tomando-se directamente os comprimentos de PQ e PR na escala.

Completa-se a representação traçando QR .

No desenho a altura relativa a PQ mede 3,7 cm. e por isso o triângulo representado tem de altura $3,7 \text{ cm.} \times 200 = 7,4 \text{ m.}$ que é o número que se obtém, medindo directamente esse comprimento na escala.

Convém observar que sendo os segmentos do desenho $1/200$ dos correspondentes do natural, as áreas do desenho são $1/200^2 = 1/40000$ das áreas correspondentes do natural.

$$\text{A área do } \triangle[PQR] \text{ é de } 1/2 \times 2,35 \text{ cm.} \times 3,7 = 4,3 \text{ cm}^2.$$

$$\text{A área do } \triangle \text{ que este representa é de } 1/2 \times 4,7 \text{ m.} \times 7,4 \text{ m.} = 17,2 \text{ m}^2.$$

$$\text{Notar-se-á que é } 4,3 \text{ cm}^2 \times 40000 \times 172000 \text{ cm}^2 = 17,2 \text{ m}^2.$$

44 — No estabelecimento das escalas gráficas há que ter-se em atenção a grandeza da unidade que se figura no desenho.

Assim, por exemplo, na escala $1/50000$ cada metro seria representado por $1 \text{ m.} \times 1/50000 = 0,00002 \text{ m.}$ que não pode figurar-se. Um quilómetro é representado por $1000 \text{ m.} \times 1/50000 = 0,02 \text{ m.}$ Marcam-se por isso comprimentos de 2 cm. e gradua-se a escala em quilómetros.

Na escala $1/10$ cada metro é representado por um decímetro. Para traçar a escala gráfica, marcam-se segmentos de 1 cm. e gradua-se a escala em decímetros.

45 — Nas escalas, usa-se de preferência o numerador 1, mas pode utilizar-se qualquer fracção.

Por exemplo a escala $2/5$ indica que 2 unidades do desenho repre-

sentam 5 das mesmas unidades no natural. Pode notar-se que

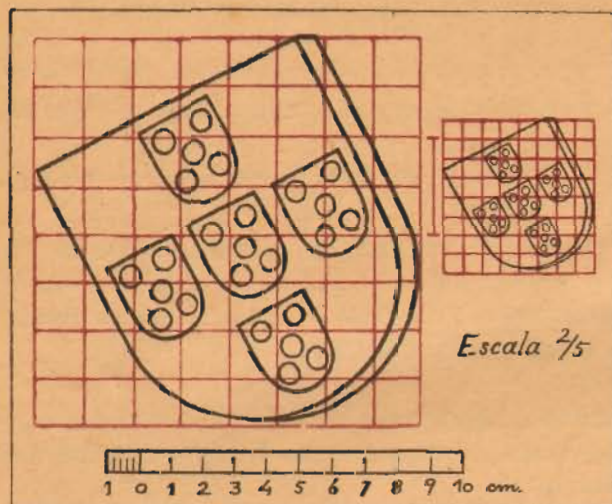
$$2/5 = 1/2,5$$

isto é, cada segmento do desenho representa um segmento 2,5 vezes maior.

Para traçar a escala gráfica, como

$$1 \text{ cm.} \times 2/5 = 4 \text{ mm.}$$

tomam-se segmentos de 4 mm., cada um representando 1 cm. Na figura as pequenas divisões

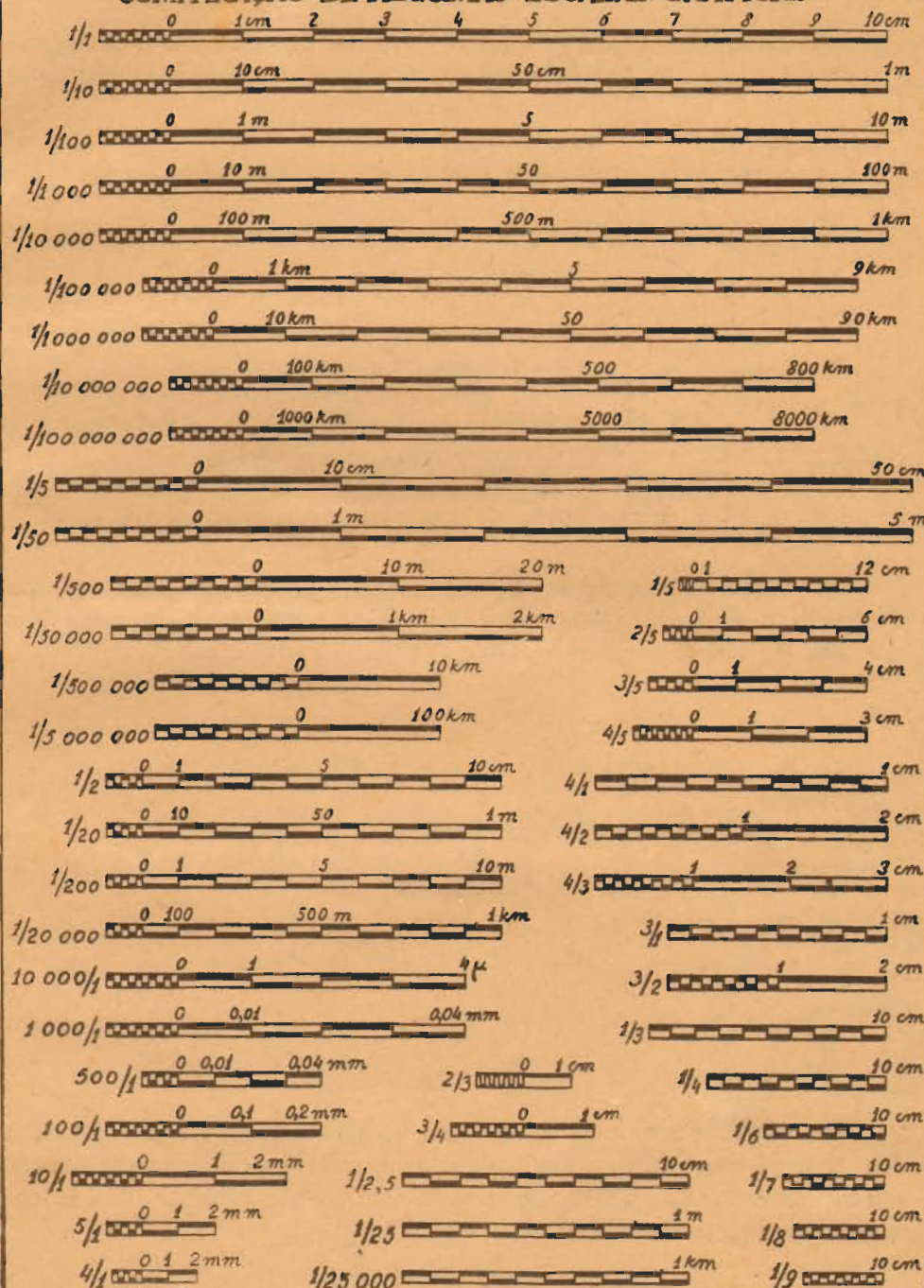


representam quintos de centímetro, isto é, 2 mm.

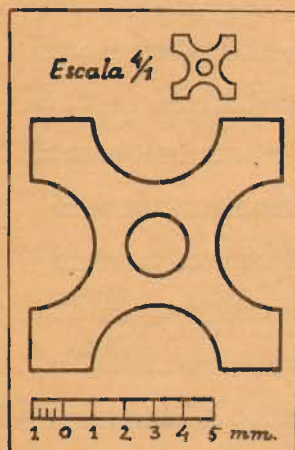
Na figura está desenhado à esquerda um modelo decorativo (*natural*) e à direita a sua *redução* a $2/5$.

O *quadriculado* facilita a reprodução em escala, principalmente quando no modelo há curvas que não são arcos de \odot . Se o desenho apresenta *quadriculado* próprio, utiliza-se este. De contrário, faz-se um *quadriculado*, a lápis, sobre o modelo ou, preferivelmente, em papel transparente que se coloca sobre o modelo.

COMPARAÇÃO DE ALGUMAS ESCALAS GRÁFICAS



46 — As escalas representadas por fracções próprias dizem-se *escalas de redução*. As fracções impróprias representam *escalas de ampliação*.



Na escala $4/1$ cada 4 unidades do desenho representam 1 das mesmas unidades do natural. Pode notar-se que $4/1 = 1/0,25$, isto é, cada segmento do desenho representa um segmento do natural 4 vezes menor.

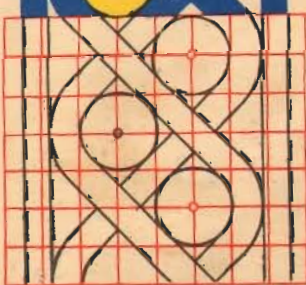
Considerando como *modelo* a figura de cima, a debaixo é a sua *ampliação* na escala $4/1$.

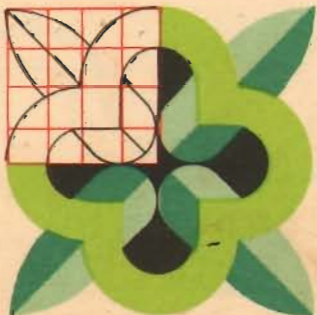
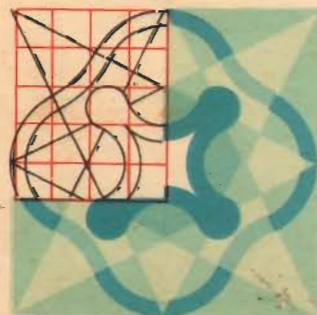
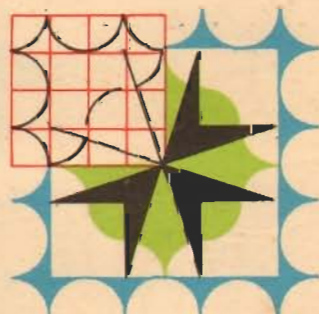
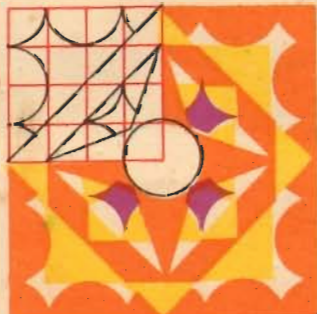
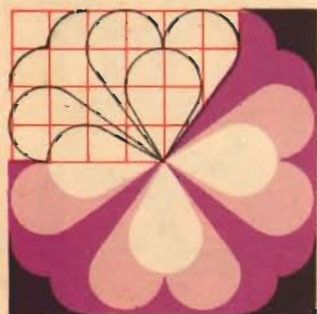
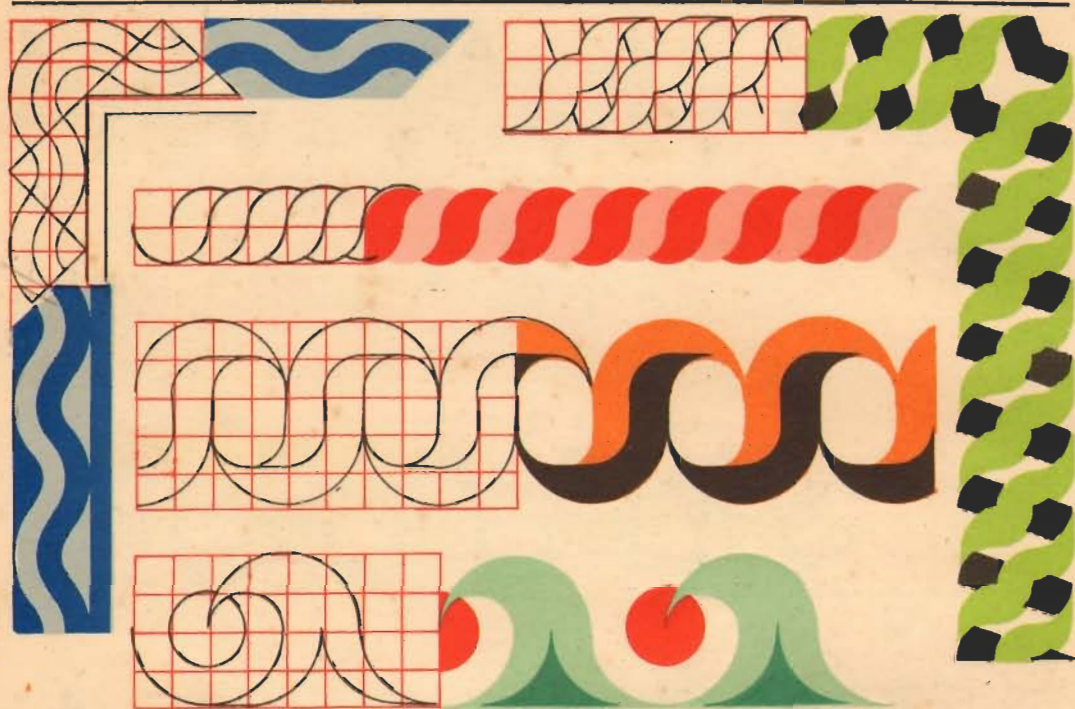
Se na figura anterior considerarmos como *modelo* o desenho da direita, o da esquerda é a sua *ampliação* na escala $5/2$.

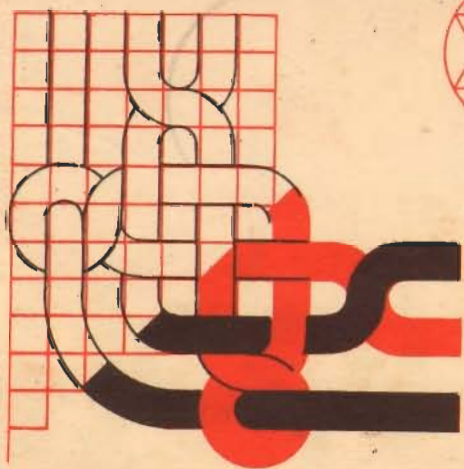
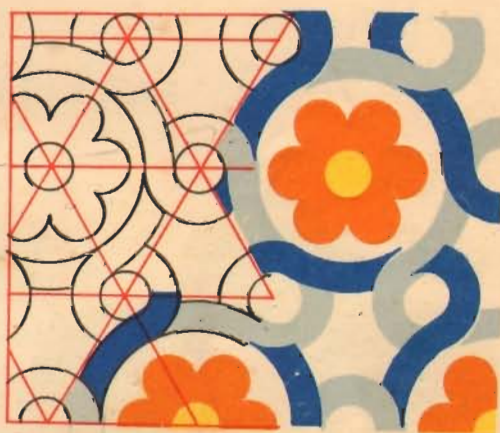
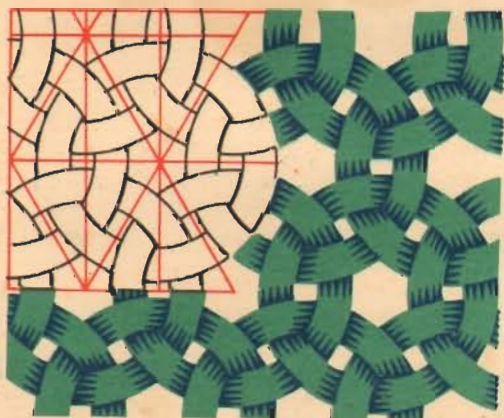
As escalas $5/2$ e $2/5$, tal como as escalas $4/1$ e $1/4$, dizem-se *escalas inversas*.

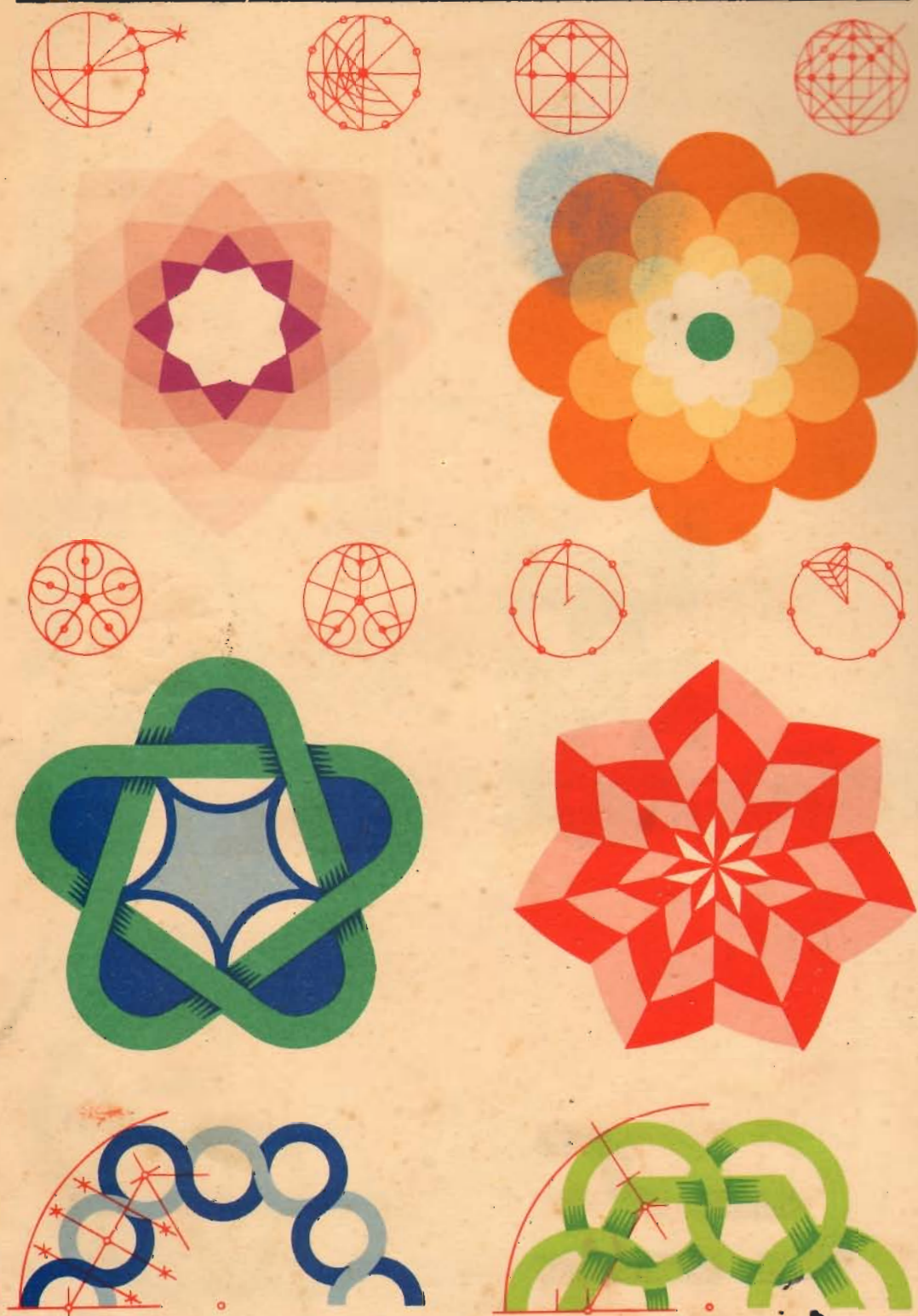
47 — Como generalização de linguagem, quando se reproduz um *modelo* com as mesmas dimensões, diz-se que se desenha em *verdadeira grandeza* ou que se emprega a *escala 1/1*, ou *escala natural*.

Nas estampas seguintes, apresentam-se algumas composições coloridas conforme as ideias de Ostwald e algumas sugestões de composição a enriquecer com o colorido aplicado de acordo com o gosto do desenhador orientado pelas regras estabelecidas.

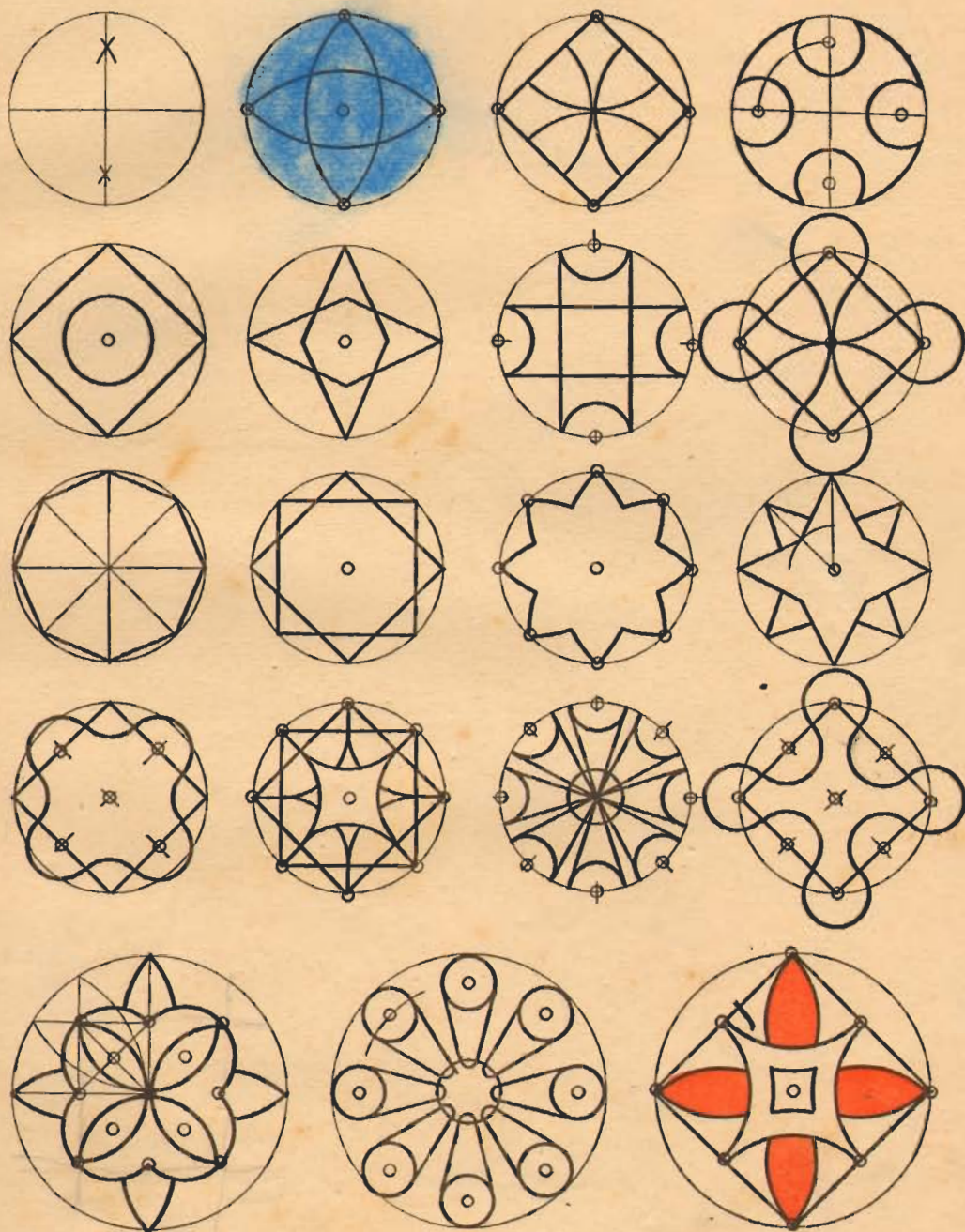




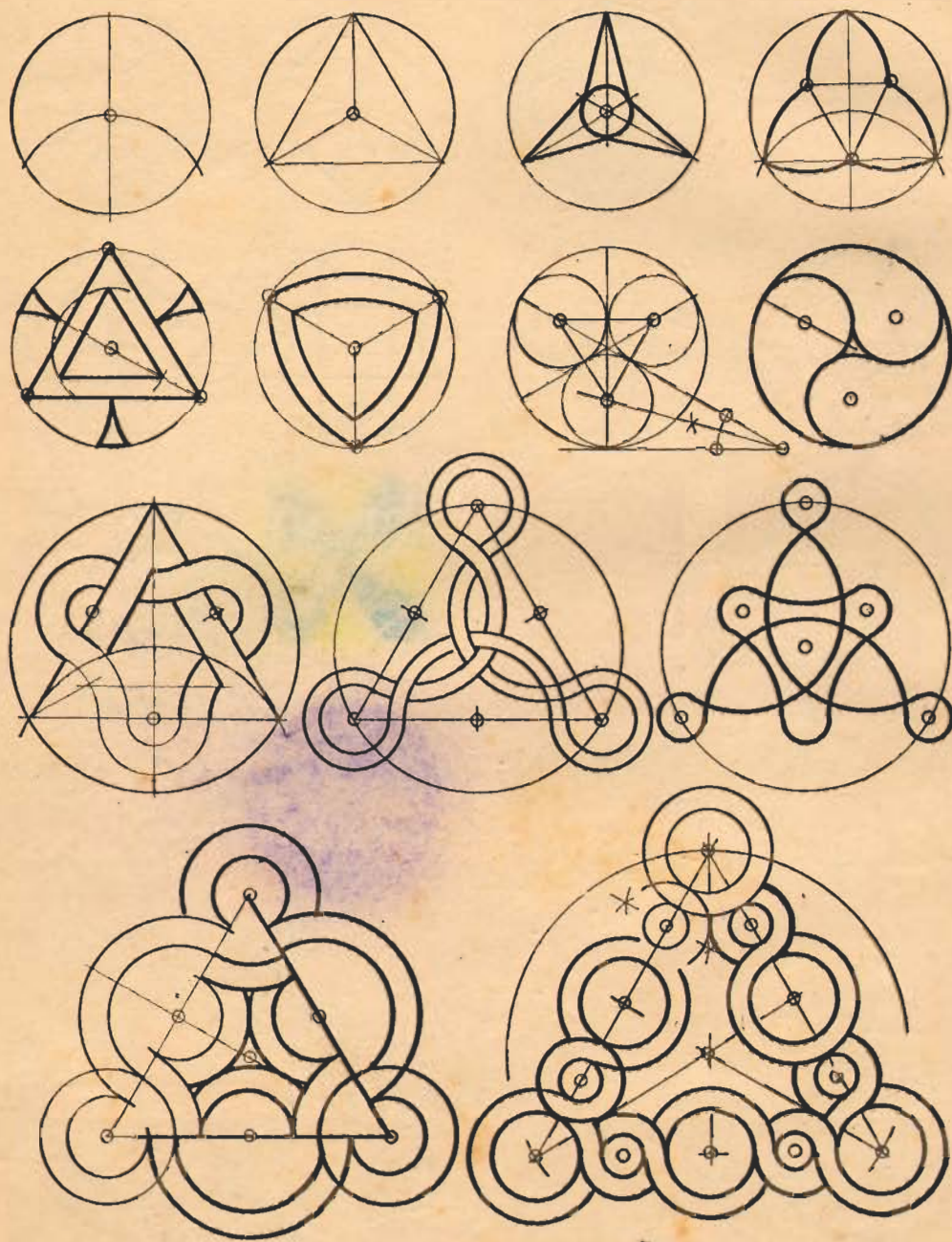




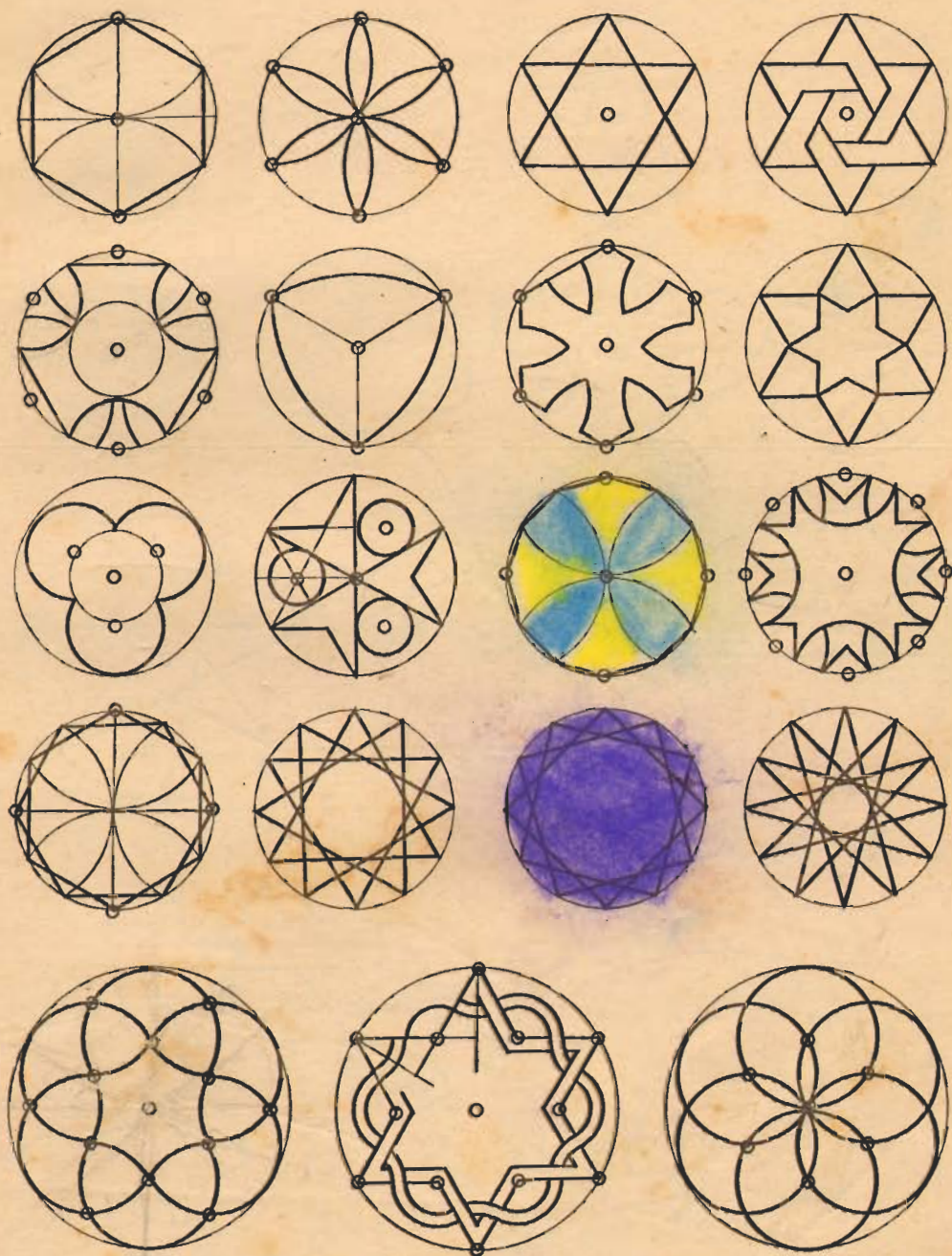
Exemplos



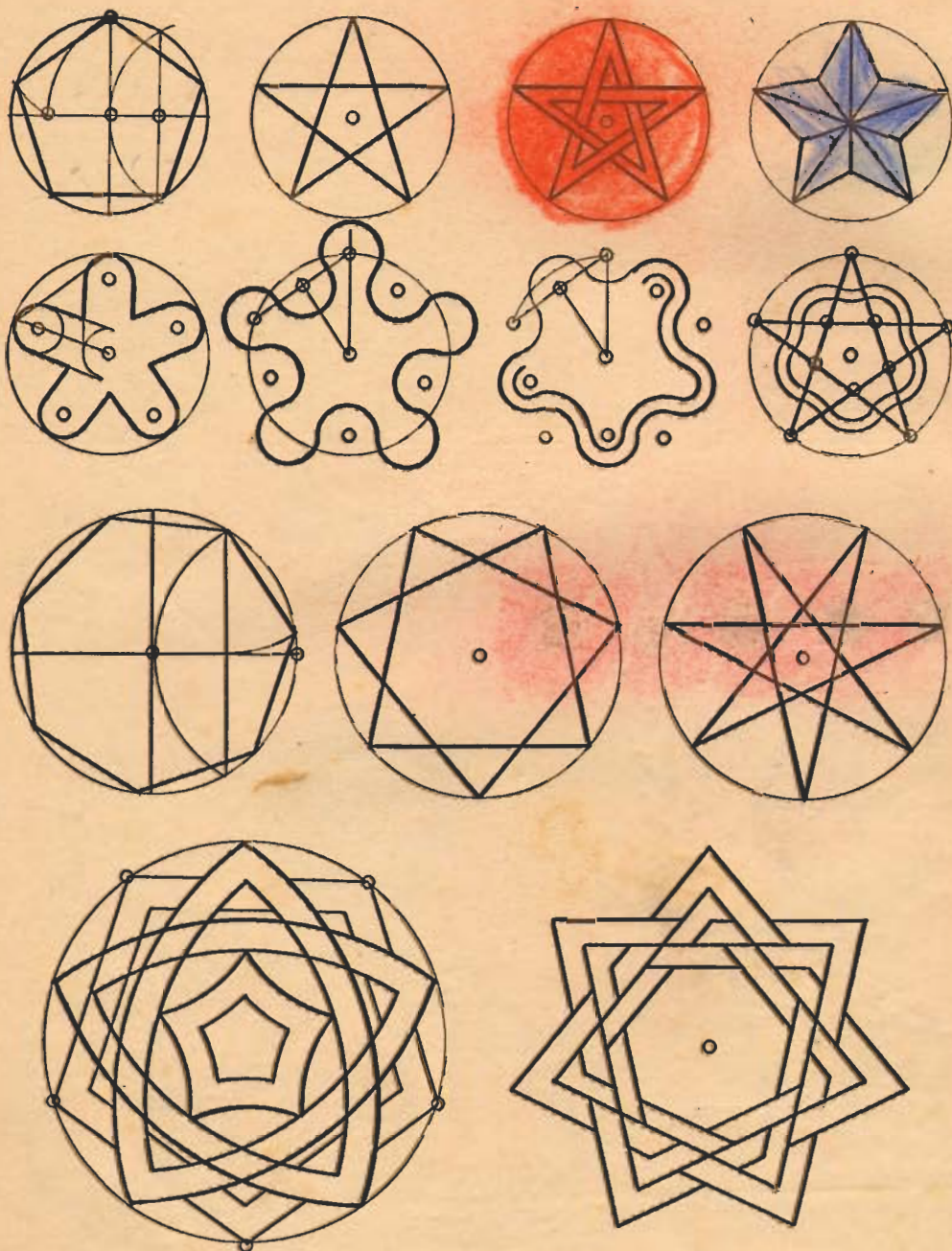
Exemplos



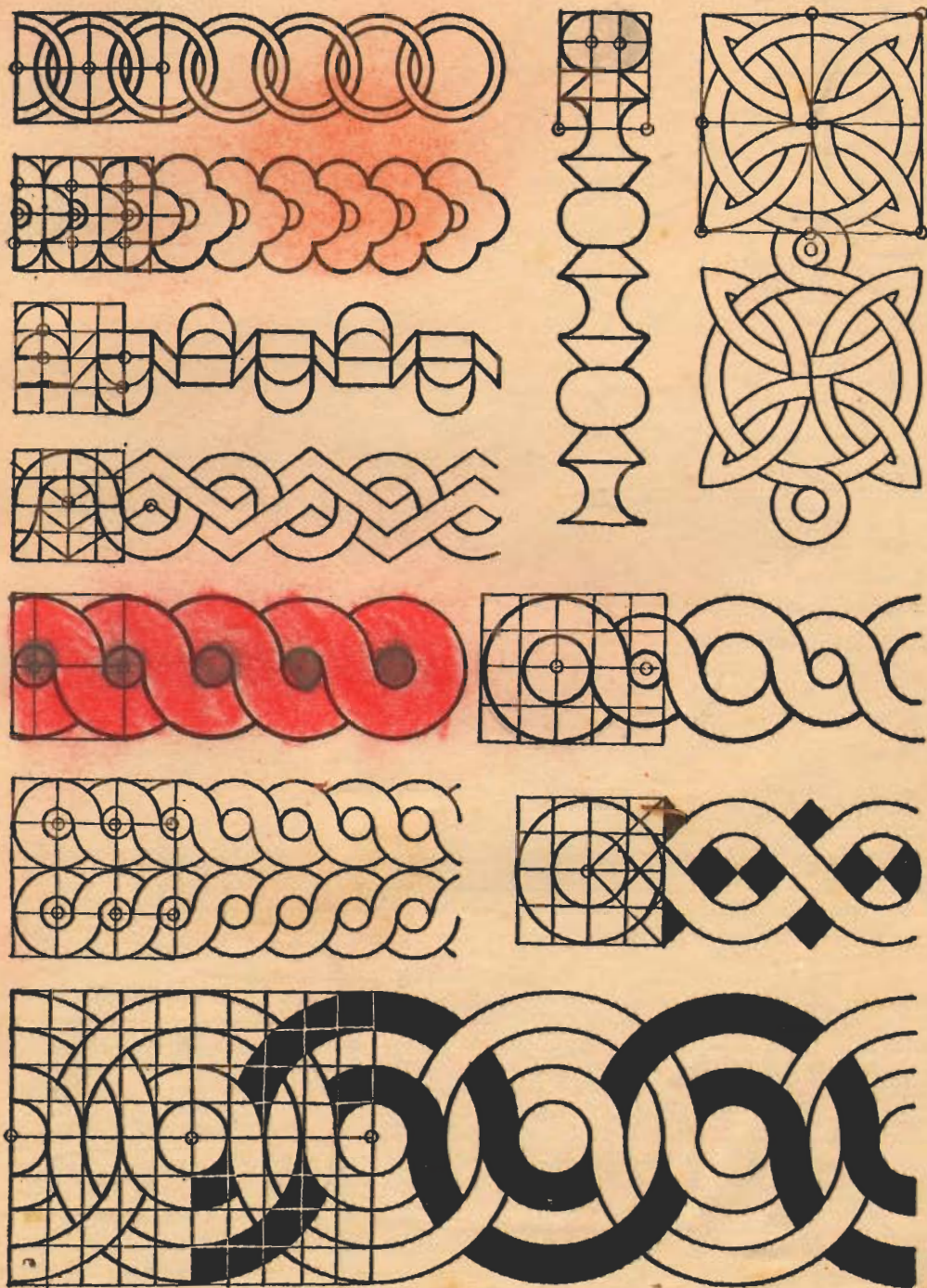
Exemplos



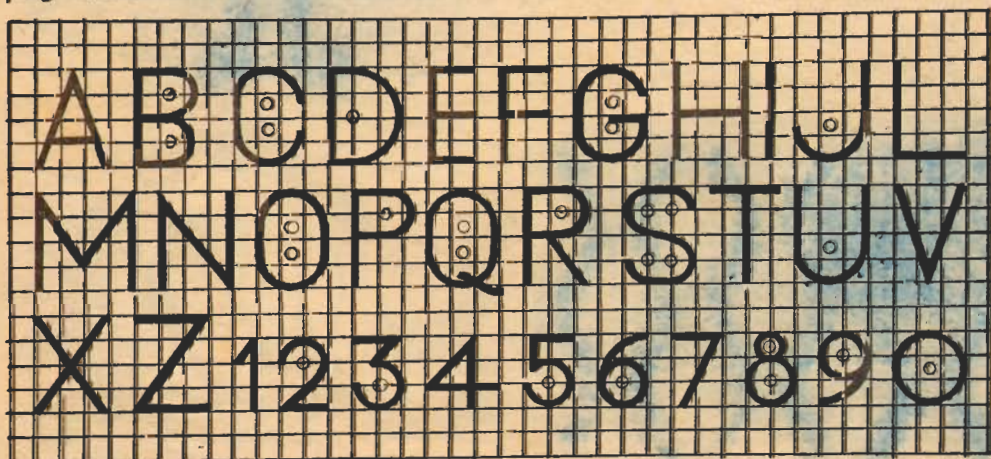
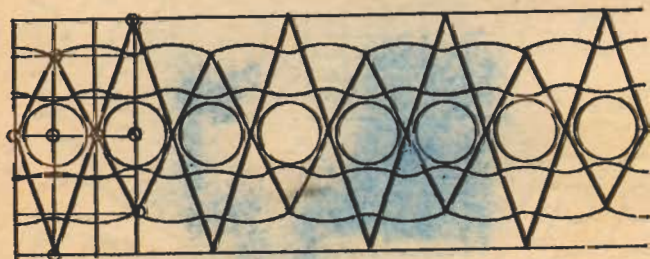
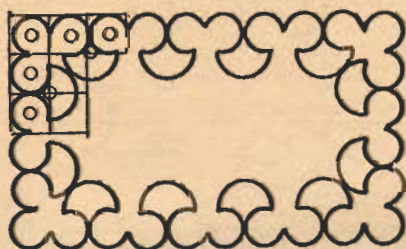
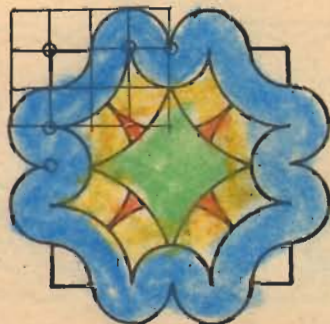
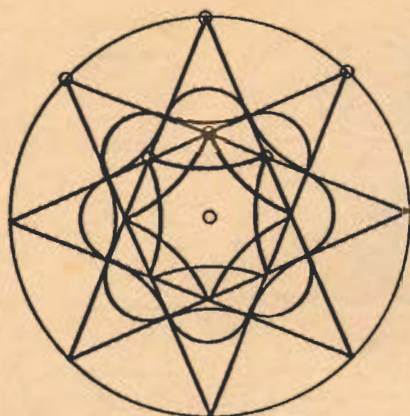
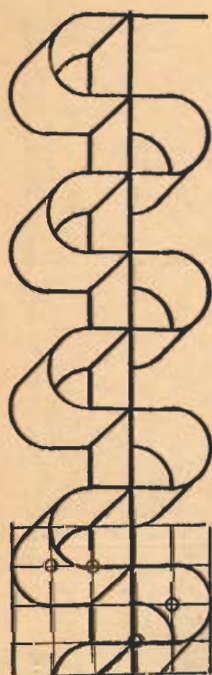
Exemplos



Exemplos



Exemplos



Exemplos

